第301回講習会

構造
 ・
 強度設計における数値
 シミュレーションの基礎と応用

 <

教 材

とき 平成 21 年 5 月 20 日(水), 21 日(木)

ところ 大阪科学技術センター 8階 中ホール

主催、创日本機械学会関西支部

協 替 精密工学会関西支部,日本航空宇宙学会関西支部,日本材料学会関西支部, 日本建築学会近畿支部,土木学会関西支部,自動車技術会関西支部, 日本フルードパワーシステム学会,日本ロボット学会,日本ガスタービン学会, 日本船舶海洋工学会関西支部,日本騒音制御工学会, 日本マリンエンジニアリング学会,農業機械学会,電気学会,ターボ機械協会, 日本自動車工業会,日本工作機械工業会,日本工作機器工業会,京都工業会, 兵庫工業会,奈良工業会,滋賀経済産業協会,大阪科学技術センター

平成 21 年 5 月 13 日 発行

目

次

1. 数値シミュレーションの基礎と設計への適用					1
神戸大学大学院海事科学研究科	福	岡	俊	道	-
2. 数値シミュレーションの重工製品設計への応用					11
川崎重工業㈱ 技術研究所 強度研究部	Л	﨑	卓	巳	
3.トライボロジーの数値計算プログラム TED / CPA の計算手法とその広	 ∰				15
㈱トライボロジー解析技術研究所	栫	井	邦	彦	
4. 高分子材料における材料特性の同定と解析への応用(超弾性体・粘弾性(本)				21
(㈱メカニカルデザイン 名古屋支社	石	Л	覚	志	
5. 数値シミュレーションの電機製品設計への応用					27
三菱電機㈱ 先端技術総合研究所 機械システム技術部	坂	本	博	夫	21
6.CDAJ における流体構造連成解析ソリューション					33
(㈱シーディー・アダプコ・ジャパン	森	山	勝	志	
7.ANSYS による連成解析事例紹介					35
サイバネットシステム(株) メカニカル CAE 事業部	喜	多	雅	子	00
8. LS-DYNAにおけるメッシュフリー法の概要と応用					37
伊藤忠テクノソリューションズ㈱	津	Ξ		徹	01
9.大規模構造解析の現状と今後-領域分割法入門-					43
(㈱アライドエンジニアリング	秋	葉		博	10
10 舶田大刑?サイクルディーゼル機関の開発動向と毛法について					/0
三菱重工業㈱ 技術本部 長崎研究所	石	田	裕	幸	10
	西	E	英	朗	
神戸 道船所	波 三	辺柳	晃	啓 洋	
11 と、コカ(毎日はった夢をなり、うな夢のた					
11. イヤヘク(12用)済の核燃料軸达谷品)の餌挙解析 Hitz 日立造船㈱ 技術研究所	岡	田		潤	55

1.はじめに

近年のコンピュータの性能の向上,解析ソルバーの並 列処理などの解析技術の向上,周辺技術であるプリおよ びポストプロセッシング・ツールの自動要素分割機能な どの進歩により,有限要素法などの数値シミュレーショ ンでは,2次元問題から3次元問題へ,小規模領域から 大規模な複合領域へ,単一現象から複数の場の問題が絡 む複合現象のカップリング問題へというように,適用の 範囲が広がってきている.

しかし,このような計算対象の大規模化と複雑化に伴い,有限要素法解析では,メッシュを生成するプロセス が複雑かつ手間が掛かるようになっている現実がある. また,ラグランジェ型の有限要素法では,鍛造問題など を代表とする大変形現象において,有限要素の大きな歪 みによる精度の低下や要素の発散による計算の破綻など の課題があり,対応には計算途中でのメッシュの再生成 などの工夫が必要となる.更に,破壊現象を伴うような 衝撃問題では,メッシュを分離させるなどのモデル化手 法が必要となり,これが問題をより複雑化させている.

一方,計算工学の分野で注目されている最新の研究に メッシュフリー法がある.この手法は,有限要素法に代 表される連続体の離散化や物理量の近似において,メッ シュを使わずに解析を行う手法の総称であり,先に述べ た有限要素法などが不得意とする問題で,今後,その応 用が期待される手法である.

汎用有限要素法プログラム LS-DYNA では、メッシュ フリー法として, SPH 法や EFG 法が導入されており, 特に, EFG 法は汎用解析コードとしては,初めて LS-DYNA に組み込まれた.ここでは, SPH と EFG の 手法について解説を加え, LS-DYNA による適用例につ いて紹介する.

2.SPH 法の概要

SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)法の歴史 は割りと古く,1977年にLucyらによって,粒子法の新 しい手法として提案され,宇宙物理学の問題に適用され た.

(1)定式

SPH 法の手法は,連続体を扱う手法であり,連続体を 粒子の集合体とみなし,任意の位置での物理量を,次式 に示すカーネル近似により各粒子点の分布量を重ね合わ せることで評価する.

$$f(x) = \int f(x')W(x - x', h)dx'$$
 (1)

伊藤忠テクノソリューションズ(株)津田 徹 E-mail:<u>tooru.tsuda@ctc-g.co.jp</u>

ここで,xは評価点座標,x'は粒子点座標,hはスムージング長さ,f(x)は任意の関数,W(x-x',h)はカーネル 関数である.

具体的には,図1に示すように着目粒子iを中心とした ある領域を考え,着目粒子iの物理量を,その領域内の 他の粒子jの値の重み平均として次式で評価する.

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^N \cdot w_j \cdot f_j \cdot W(x_i - x_j, h), \quad w_j = \frac{m_j}{\rho_j}$$
(2)
$$W(u, h) = \frac{1}{\rho_j} = \theta(u)$$
(3)

$$W(u,h) = \frac{1}{h(u)^{D}} \theta(u)$$
(3)

ここで N は領域内に含まれる粒子数 m は粒子の質量, は粒子の密度,u は u = (x_i-x_i) / h, D は解析の次元,

は重み関数で一般的に次の3次のBスプラインが使用 される .(なお ,ここではある領域の半径のことを影響半 径と表現する .)

$$\theta(u) = C \times \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}u^2 + \frac{3}{4}u^3 & \text{for } 0 \le |u| \le 1 \\ \frac{1}{4}(2 - u)^3 & \text{for } 1 \le |u| \le 2 \\ 0 & \text{for } 2 < |u| \end{cases}$$
(4)

ここで, C は空間の次元に依存する正規化定数である.





また,粒子点の物理量の勾配は式(2)を空間微分すること で得られ次式となる.

$$\nabla f_i(x) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \cdot (f_j - f_i) \cdot \nabla W(x_i - x_j, h)$$

$$= \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \cdot (f_j - f_i) \cdot A_{ij}$$
(5)

ここで, A_{ij}は, 次式で表される.

$$A_{ij} = \frac{1}{h^{D+1}} \theta' \left(\frac{\left\| x_i - x_j \right\|}{h} \right)$$
(6)

従って,質量保存則,運動量保存則,エネルギー保存則 は,上記のカーネル近似を用いてそれぞれ次式のように 離散化される.

$$\frac{d\rho_i}{dt} = -\rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (v_j - v_i) A_{ij}$$
(7a)

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i}{\rho_i^2} A_{ij} - \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} A_{ji} \right)$$
(7b)

$$\frac{dE_i}{dt} = -\frac{p_i}{\rho_i^2} \sum_j m_j (v_j - v_i) A_{ij}$$
(7c)

ここで, vは速度, pは圧力である.

(2)解説

ここでは, SPH法において幾つか解説を行う.

先ず SPH 法では,式(2)から任意の座標×における値 をメッシュを用いることなく求めることができ,空間微 分も式(5)のように,空間分布を微分することで得ること ができる.従って,SPH 法は一般的な微分方程式の数値 計算法であり,流体問題から構造問題まで適用すること が可能な手法である.

また, SPH で極めて重要なカーネル関数について,満たさなければならない特性を下記に示す.

$$\sum_{j} W(x_i - x_j, h) = 1$$
(8a)

$$\lim_{h \to 0} \sum W(x_i - x_j, h) = \delta(x_i - x_j)$$
(8b)

 $W(x_i - x_j, h) = 0$ for $|x_i - x_j| > 2h$ (8c)

$$W(x_i - x_j, h) > 0$$
 for $|x_i - x_j| < 2h$ (8d)

ここで,式(8a)はカーネル関数の面積が1になることを 表し,参照する粒子の関数に掛かる重みの合計値が1で あることを意味している.また,式(8b)はカーネル関数 の極限がデルタ関数であることを表す.式(8c)と式(8d) は,影響半径の外側で重みが0,内側で正値を取ること を示している.

次に,SPH 法のメリットとデメリットを整理する.先 ず,メリットとしては,SPH 法はメッシュを持たないた め,3次元の複雑なモデル化が容易であり,大規模な変 形挙動問題や破壊問題に適している点がある.

一方,デメリットとしては,解析の精度が,図1に示す ように影響半径内の大きさや粒子の配置の仕方に依存す る点,境界近傍では影響半径内の粒子が少ないため精度 が低下する点,また,境界条件の設定が困難な点などが 挙げられる.なお,SPH では粒子の配置は各粒子間距離 が一定となる均等な配置が推奨される.

最後に,SPH法では,それぞれの粒子はFEMにおけ る要素と節点の両方の働きを担っており,真のメッシュ レス法と言える.また,よく誤解される点として,SPH 法は連続体を扱う手法であり,個別要素法(DEM)な どの離散化した点群によるモデルでは無い.つまり,粒 子はあくまで物理量のスムージングのための評価位置を 示す存在であることに注意を要する.

(3) LS-DYNA の機能紹介

ここでは, LS-DYNA の SPH 法に用意されているい くつかのパラメータについて紹介する.

先ず,LS-DYNA には幾つかの保存則の近似定式が用 意されており,パラメータ FORM で選択できる. 例えば,式(9a)は,運動方程式の離散式を対称型にした ものであり,回転問題に対して有効である.

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2}\right) A_{ij}$$
(9a)

また,式(9b)は,離散化された運動方程式を影響半径内の粒子の平均密度で正規化たものであり,境界近傍で精度が悪化する問題に対して有効である.

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i}{\rho_i^2} A_{ij} - \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} A_{ji} \right) : B_{ij}$$

$$B_{ij} = \frac{1}{\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij}}$$
(9b)

また,流体問題に適した運動方程式の定式として式(9c) も用意されている.

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i}{\rho_i \rho_j} A_{ij} - \frac{\sigma_j}{\rho_i \rho_j} A_{ji} \right)$$
(9c)

次に,スムージング長さhは,計算の精度に大きく影響するパラメータである.LS-DYNAでは,このスムージング長さは,初期の粒子間距離 do に係数を掛けて h=CSLH×do と設定されており,問題に応じてスムージング長さを調整することが可能である.CSLHのデフォルト値は1.2 となっているが,酒井はCSLHに相当する 値として1.0を推奨している[1].

また,このスムージング長さhは,計算の途中で可変 にすることが可能であり,初期のスムージング長さ h_0 に対して係数(HMIN と HMAX)を掛けて次式のよう に調整する.HMIN× $h_0 < h(t) < HMAX × h_0.ここで,$ HMIN と HMAX のデフォルト値はそれぞれ 0.2 と 2.0 である.従って,計算途中で粒子間距離が大きくなるよ うな問題でも離散化の精度を保持させることができる.

3. EFG 法の概要

EFG (Element-Free Galerkin)法は, 1994 年に Belytschko らによって,節点 - 要素のコネクティビティ 情報が不要な方法として提案されたメッシュレス法の一 つである.

(1)定式

EFG 法の手法は、構造解析の分野における偏微分方程 式の離散化において Galerkin 法を適用し,物理量の関 数近似に,有限要素法における形状関数に代わり,移動 最小二乗法(Moving Least Square Method)で求めた 関数を用いる.つまり,図2に示すように,任意の評価 点における変位を,その評価点を中心とする影響半径内 に含まれる節点の変位と,その評価点毎に移動最小二乗 法により局所的に作成した形状関数(近似関数)から, FEM と同様に次式にように近似する.

$$u^{h}(x) = \sum_{I=1}^{N} \phi_{I}(x) \cdot u_{I}$$
 (10)

ここで, u^hは評価点での変位, N は影響半径内に含まれ る節点の数, I は影響半径内の節点 I における形状関数, uI は影響半径内の節点 I での変位値である.



図2 EFG における関数近似

次に,移動最小二乗法により節点 I における形状関数 1の作成法について説明する.

図 2 の領域内の評価点での関数 u^h(x) を基底関数 p(x) と未定定数 a(x) により次式のように表す.

$$u^{h}(x) = \sum_{j=1}^{m} p_{j}(x) \cdot a_{j}(x) = p^{T}(x) \cdot a(x) \quad (11)$$

ここで,mは基底関数の項数である.例えば,1次元の 問題で 変位を2次式u=a₀+a₁·x+a₂·x² で近似した場合, 基底関数はp^T(x)=[1, x, x²],未定係数a^T(x)=[a₀, a₁, a₂] であり,項数は3である.

式(11)に対して図2の領域内に含まれる節点値u」を用いて最小二乗法を適用する.

$$J = \sum_{I=1}^{N} w(x - x_{I}) \cdot \left[\mathbf{p}^{T}(x) \cdot \mathbf{a}(x) - u_{I} \right]^{2}$$
(12)

ここで,wは重み関数であり,図3に示すように3次の Bスプライン関数などが用いられる.



図3 EFG における重み関数の分布

未定定数 a(x)は,関数 J の停留条件 J/ a(x)=0 から求 められ,式を整理すると次式となる.

$$\mathbf{a}(x) = A^{-1}(x) \cdot B(x) \cdot \mathbf{u} \tag{13a}$$

$$A(x) = \sum_{I=1}^{N} w(x - x_{I}) p(x_{I}) p^{T}(x_{I})$$
(13b)

$$B(x) = [w_1 p(x_1), w_2 p(x_2), \dots, w_N p(x_N)] \quad (13c)$$

$$\Box \Box \Box C , u^T = [u_1, u_2, \dots, u_N] , w_i = w (x - x_i) .$$

従って,上記の a(x)を式(11)に代入すると,節点 I における形状関数 1は次式と求まる.

$$\phi_{I}(x) = \sum_{j=1}^{m} p_{j}(x) \cdot \left[A^{-1}(x) B(x) \right]_{jI}$$
(14)

(2)解説

ここでは, EFG 法について幾つかの解説を行う.

先ず,形状関数として満たさなければならない条件の ーつに,PU条件(Partition of Unity Condition)があ り, i=1で表され,図2の 点の値の合計は1にな る.また,FEMの形状関数では,形状関数の値が自分 自身の節点位置では1,他の節点位置では0となる性質 $i(x_j) = ij$ を持っているが,EFGでは $i(x_j) = ij$ であり,式(10)によって近似された関数値は図4に示す ように,非常に滑らかではあるが,各節点での値を通る とは限らない.このため,EFGでは境界条件の処理にお いて特別な工夫が必要となる.



図4 EFG における関数近似

次に, EFG 法のメリットとデメリットを整理する.先 ず,メリットとして,変位だけでなく,ひずみが空間で 連続し,FEM に比べ高精度である点,また,メッシュ の歪みに対して精度があまり低下せずロバストである点, 節点を増やすのが簡単でありアダプティブ法の適用が容 易である点などが挙げられる.

一方,デメリットとしては,EFG では影響半径内の節点の探索処理と形状関数の作成時の逆行列の演算処理に非常に時間が掛かる点,また,境界条件の適用に特別な処理が必要になる点などが挙げられる.

また, EFG 法では, 有限要素法と同様に弱形式に対し て適用されるので, SPH 法と違って, バックグランドセ ルと呼ばれる積分領域が必要であり, FEM と同様,数 値積分を行う.このバックグランドセルの領域は解析対 象領域と一致させる必要は無いが LS-DYNA ではFEM と同様に,解析対象領域と一致したメッシュをこのバッ クグランドセルとして用いる.

最後に, EFG 法は, このバックグランドセルの必要性 のため, 真のメッシュフリー法ではない.しかし, この バックグランドセルは FEM の要素ではないので, FEM の低減積分要素で問題になるアワーグラスは存在しない. このことは EFG の大きなメリットの一つである.

(3)精度検証

ここでは,片持ち梁の曲げ問題を例にとり,EFG と FEM の精度比較の結果を図5に示す.検証に用いた問 題は,弾性と仮定した片持ち梁の端部にせん断荷重を載 荷したもので,たわみ量をFEM および解析解と比較し た.ここで,解析解は1.0である.図の結果より,EFG は節点の数が少なくても非常に高精度であることが判る.



図5 FEM と EFG の精度比較

次に,上図と同じ片持ち梁の曲げ問題で,メッシュの 歪みにおける精度の影響を調べるために,モデルのメッ シュの歪みを敢えて大きくしたモデルを用いて,たわみ 量を FEM と比較した.結果を図6に示す.図の結果の ように,EFG では,FEM に比べ要素の歪みの影響を受 け難く,歪みが大きくてもあまり精度の低下が見られな いことが判る.



図6 EFG の歪みの精度

(4) LS-DYNA の機能紹介

ここでは, LS-DYNAの EFG 法に用意されている幾

つかのパラメータについて紹介する.

先ず, LS-DYNA では EFG 法は 3 次元ソリッド, 3 次元シェル, および 2 次元ソリッド(平面ひずみ, 軸対象)の問題に適用することが可能である.

次に,図2に示す EFG の影響領域は,円形領域と矩形領域をパラメータ ISPLINE で選択でき,その大きさを,節点距離 d に係数(パラメータ DX,DY,DZ)を掛けて設定でき,問題に応じて領域の大きさを調整することが可能である.

次に,先に述べたように EFG では,形状関数の値が 自分自身では1,それ以外では0とならないため,変位 境界条件を設定する場合,境界の節点に直接拘束を与え ることができない.そのため,LS-DYNA には,境界節 点に直接境界条件を設定できるように形状関数を変換す る手法をパラメータ IEBT で選択でき,フル変換法,混 合変換法,高速変換法などが用意されている.更に最新 のモジュールには修正最大エントロピー法が新たに加え られ,処理の高速化が図られている.

また,LS-DYNA では領域積分のためのバックグラン ドセルの形状はメッシュの形状と一致し,3次元問題で は6面体,4面体,5面体,2次元問題では4角形およ び3角形の各形状に対応している.このバックグランド セルによる領域積分手法も幾つかの手法が用意されてお り,パラメータ IDIM で選択する.

また,カーネル関数のタイプをパラメータ TOLDEF で,問題に応じて,ラグラジアン・カーネル,セミ・ラ グラジアン・カーネル,オイラー・カーネルから選択で きるので,安定した解を求めることができる.

最後に, V971 からの新機能として, 3D ソリッドお よび2D ソリッド問題に対しアダプティブR法が, 3D シェル要素に対しアダプティブH法が適用でき,更には 陰解法にも適用できるようになった.

4.適用例

(1)コンクリート版の貫通破壊問題

LS-DYNA の SPH 法の適用事例として, コンクリート版の貫通破壊問題を取り上げる.

図 7 に示すように,厚さ 80mm で 600mm 四方の普通コンクリート版の中央に,直径 35mm,高さ 25mmの円柱形状で重さ約 189gf の金属の飛翔体を,速度 170m/sec で衝突させる問題に SPH を適用した.



図7 コンクリート版の貫通破壊問題

ここで,計算に適用したコンクリートの引張強度は 2.5MPa,圧縮強度は25MPaの普通コンクリートを用い, 構成モデル*MAT_PSEUDO_TENSORを適用した.そ して,飛翔体は弾性体とし,通常の金属を仮定した.ま た,解析領域は対称条件と見た目を考慮し,全体の1/2 の範囲とした.

図8に飛翔体の衝突後,0.25msec時,0.50msec時, 0.75msec時,1.0msec時における相当塑性ひずみ分布を 示す.図より,コンクリートの表面から裏面へ放射状に 塑性域が広がっており,裏面で剥離破壊が生じているこ とが判る.



また,図9は飛翔体の速度履歴である.グラフより,

飛翔体は,衝突後から急激に速度が低下し,約0.2msec 時で速度が一定になっていることが判る.これは,コン クリートの裏面の剥離により,コンクリートが完全に崩 壊し,飛翔体が貫通したことを示している.

なお,今回の事例のような貫通破壊現象を,通常のラ グランジェ型の FEM で扱う場合,メッシュを分離させ るなどのモデル化手法が必要で,通常はイロージョン機 能などが用いられる.このイロージョン機能は,計算途 中で破壊判定された要素を以降の解析から削除するもの で,適切な破壊基準の選択と閾値の設定が必要となる. また,メッシュサイズに関しても十分な配慮が必要とな るため,適用にはこれらの事前の検証が不可欠である.

今回は,コンクリートの衝撃破壊問題を例に,適用事 例を紹介したが,筆者らは準静的な問題についても,幾 つかの点に注意を払うこと(具体的には,適切な粒子密 度でモデル化すること,適切なスムージング長さを用い ること,境界の精度を改善した定式化を用いることなど) で SPH が十分適用可能であることを示している[5].

(2)ホイールの鍛造問題

EFG 法の適用事例として、ホイールの鍛造問題を取り 上げる.

厚さが 52.5mm, 径が約 255mm のスチールのブラン クをパンチ速度 340mm/sec で加工する問題において, ブランクに EFG 法を適用した.更に,パンチの下降に 従いブランクが引き伸ばされ節点の密度が粗になり,精 度が低下するのを防ぐため,ブランク材にアダプティブ R法を適用した なお,プランクのストローク量は85mm である.また,解析は 65.46°の範囲について行った. 図 10 に形状を示す.



図 10 ホイールの鍛造問題

図 11 にパンチのストローク量が 30.6mm 時 47.6mm 時,64.6mm 時,81.6mm 時におけるブランクの相当塑 性ひずみ分布を示す.図より,パンチの下降に伴いホイ ールのリム部が伸ばされて塑性域が広がるが,アダプテ ィプR法により,リム部の節点密度が一定に保たれてい



図 11 相当塑性ひずみ分布

なお,今回のような鍛造問題などの大変形現象を,ラ グランジェ型の FEM で扱う場合,大きな歪みによる要 素の精度低下や発散による計算の破綻などの課題がある. その対応には,今回の EFG による計算でも適用したア ダプティブ法(計算途中でのメッシュの再生成と解のマ ッピング)などの工夫が必要となる.

5. 今後の課題

SPH 法は、離散化の過程でメッシュを完全に無くした 手法として,主に衝撃分野などで適用が進んでいる.し かし,準静的な問題では計算の不安定になる問題などに より,その適用は十分進んでいないのが実情である.今 後は,タンクのスロッシング問題などの構造と流体の連 成の分野での適用事例が広がることを期待したい.

一方, EFG 法では, 鍛造など大変形問題などで FEM 以上の精度の向上を期待できるが,計算時間が非常に掛 かる問題がある.現在,速度改善の取り組みがなされて いるが,その効果に期待したい.

また,最近の新しい動向として,拡張有限要素法 (X-FEM)が注目されている.このX-FEM(eXtended Finite Element Method)は,1999年にBelytschkoら によって提唱された.このX-FEMでは,PU条件を満 足し,変位場の特性を表現できる基底関数を従来の FEMの形状関数に付加する.具体的には,き裂先端や 自由表面,異種材の界面などを,それぞれヘビサイド関 数,ステップ関数,ランプ関数などのエンリッチ関数を 付加した形状関数で表現することにより,メッシュと独 立して定義することができ,メッシュ作成や計算を効率 化することができる.これにより,き裂の進展計算など がメッシュの切り替えなどの操作なしに可能になる.こ のX-FEMは将来,LS-DYNAにも組み込まれる予定で ある.

参考文献

- [1] 矢川元基,宮崎則之編集:計算力学ハンドブック, pp.90-98,朝倉書店,2007.
- [2] 越塚誠一(日本計算工学会編): 粒子法, 丸善, 2005
- [3] 鈴木克幸,長嶋利夫,萩原世也(日本計算工学会編): メッシュフリー解析法,丸善,2006.
- [4] 野口裕久:メッシュフリー法のクラス分けと実用化 に向けて,計算工学, Vol.7, pp.411-414, 2002.
- [5] 榊原辰雄,太田垣良,津田徹:SPH法による一軸圧 縮シミュレーション,[No.07-1]日本機械学会 2007 年度年次大会講演論文集 Vol.1, 2007.
- [6] LS-DYNA V971 Keyword User's Manual, May 2007.